**4.- Modelos de redes y de transporte**

Una red se define mediante dos conjuntos de símbolos: nodos y arcos.

**Nodo:** Circulo de una red que puede representar una fábrica, un almacén, etc., hacia donde es necesario hacer llegar un material o servicio.

**Arco:** Línea de una red de distribución que conecta un par de nodos. Un arco consiste en un par ordenado de puntos extremos y representa una posible dirección de movimiento que podría ocurrir entre puntos extremos (o vértices).

Una red consta de un conjunto de nodos conectados por arcos o ramas. Asociado a cada rama se tiene un flujo de algún tipo (por ejemplo, el flujo de petróleo en una red de oleoductos y el tráfico en una red de transporte). En general, el flujo en una rama está limitado por su capacidad que puede ser finita o infinita.

* 1. **Los problemas de flujo en redes**

El tema de flujo en redes es muy amplio y tiene muchas aplicaciones: redes de distribución eléctrica, de comunicación, etc. De entre los diferentes problemas posibles, tenemos los problemas de flujo máximo, rutá más corta, etc.

* + 1. **Características.**
* Al menos uno de los nodos es un nodo fuente.
* Al menos uno de los nodos es un nodo demanda.
* El resto de los nodos son nodos de trasbordo.
* Se permite el flujo a través de un arco sólo en la dirección en que indica la flecha.
* La red tiene suficientes arcos con suficiente capacidad.
  1. **El problema del árbol de extensión mínima**

Implica conectar todos los puntos de una red al mismo tiempo que se minimiza la distancia para conectarlos.

Considere la situación donde se desea crear una red de caminos pavimentados para conectar un cierto número de poblaciones rurales. Debido a limitaciones presupuestales, el número de kilómetros de caminos por construirse debe ser el mínimo absoluto que permita la conexión directa o indirecta del tráfico entre las diferentes poblaciones.

La situación anterior se puede representar por una red donde las poblaciones representan nodos y los caminos propuestos representan ramas. El modelo resultante es característico del problema del árbol de extensión mínima, donde se desea determinar el árbol extenso que proporciona la suma mínima de ramas conectoras.

Para resolver este problema se utiliza el algoritmo de KRUSKAL:

1.- Comenzar en forma arbitraria en cualquier nodo y conectarlo con el nodo más próximo (menos distante).

2.- Identificar el nodo no conectado que esté más cerca de alguno de los nodos conectados. Deshacer los empates de forma arbitraria. Agregar este nodo al conjunto de nodos conectados.

Repetir este paso hasta que se hayan conectado todos los nodos.

n-1 = número de arcos.

**Ejemplo:**

Considere la Lauderdale Construction Company, la que en la actualidad está desarrollando un lujoso proyecto residencial en City Beach, Florida. La empresa debe determinar la forma más barata de suministrar agua y electricidad a cada casa. La red de casas se muestra en la figura:

2 300 5 400

7

300 300 500

1 700 200

200

3 8

500 300

200 100

6

4 600

Como se ve en esta figura hay ocho casas en el golfo. La distancia entre cada una de ellas en cientos de pies se muestra en la red. La distancia entre las casas 1 y 2, por ejemplo, es de 300 pies. Utilizar la técnica del árbol de extensión mínima para determinar la distancia mínima que puede ser utilizada para conectar todos los nodos.

La distancia total se encuentra sumando las distancias de los arcos utilizados.

En este ejemplo, la distancia menor son 1,600 pies[[1]](#footnote-1).

* 1. **Los problemas de flujo máximo.**

Muchas situaciones se modelan mediante una red en la que se podría considerar que los arcos tienen una capacidad que limita la cantidad de un producto que se podría enviar a través del arco. En estas situaciones, a menudo se desea transportar la cantidad máxima de flujo de un punto de partida (conocido como fuente) a un punto terminal (llamado destino). Esta clase de problemas se llaman problemas de flujo máximo.

**Supuestos para un problema de flujo máximo:**

1.- Todo el flujo que atraviesa la red se origina en un nodo, al que se denomina fuente, y termina en otro, al que se llama destino.

2.- Sólo se permite el flujo a través de un arco en la dirección que indica la flecha, donde la cantidad máxima de flujo está dada por la capacidad de ese arco.

3.- El objetivo es maximizar la cantidad total de flujo que proviene de la fuente y que va al destino. Está cantidad está medida en cualquiera de dos formas equivalentes: la cantidad que deja la fuente, o la cantidad que ingresa en el destino[[2]](#footnote-2).

**Pasos del algoritmo:**

1.- Encontrar un camino que vaya del origen al destino y que tenga capacidad mayo a cero en el sentido deseado.

2.- Encontrar la rama de menor capacidad (Pf) del camino seleccionado en el paso anterior y programar el envío de dicha capacidad (Pf).

3.- Para el camino elegido en el paso 1 reducir la cantidad (Pf) en las ramas involucras y aumentar dicha cantidad en el sentido contrario.

4.- Repetir el procedimiento desde el paso 1.

**Ejemplo:**

Las aerolíneas Fly-by-Night deben determinar cuántos vuelos de conexión diarios se pueden concretar entre Juneau, Alaska y Dallas, Texas. Los vuelos de conexión deben detenerse en Seattle y después parar en Los Ángeles o Denver. Debido al espacio de aterrizaje limitado, Fly-by-Night está limitado a hacer el número de vuelos diarios entre los pares de ciudades que se muestran en la tabla. Establezca un problema de flujo máximo cuya solución le permita saber a la aerolínea cómo maximizar el número de vuelos de conexión diarios de Juneau a Dallas.

Capacidades de arco para las aerolíneas Fly-by-Night

|  |  |
| --- | --- |
| Ciudades | Número máximo de vuelos diarios |
| Juneau – Seattle (J, S) | 3 |
| Seattle – Los Ángeles (S, L) | 2 |
| Seattle – Denver (S, De) | 3 |
| Los Ángeles – Dallas (L, D) | 1 |
| Denver – Dallas (De, D) | 2 |

*Los Ángeles*

*4*

*2 1*

*1 3 2 3 3 2 5*

Juneau Seattle Denver Dallas

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *ITERACIÓN* | *CAMINO SELECCIONADO* | *PF* | *FLUJO TOTAL DESPUÉS DE LA ITERACIÓN* |
| 1 | 1-2-4-5 | 1 | 1 |
| 2 | 1-2-3-5 | 2 | 3 |

Aquí, la capacidad del arco (i, j) es el número máximo de vuelos diarios entre la ciudad i y la ciudad j. La solución óptima es = 3. Así, Fly-by-Night puede enviar tres vuelos diarios que conectan a Juneau y Dallas. Un vuelo conecta vía Juneau – Seattle – Los Ángeles – Dallas y dos vuelos conectan vía Juneau – Seattle – Denver – Dallas.

**Ejemplo:**

Sunco Oil quiere enviar la máxima cantidad posible de petróleo (por hora) vía tubería del nodo de inicio (nodo 1) al nodo final (nodo 6). Los distintos arcos representan tuberías de diferentes diámetros. El número máximo de barriles de petróleo (millones de barriles por hora) que se bombean por cada arco se muestran en el diagrama. Cada número se llama una capacidad de arco. Determine el número máximo de barriles de petróleo por hora que pueden enviarse del nodo de inicio al nodo final.

*2 3 0 4 2*

*0 1 3 0*

*6*

*0*

*6 0 0*

*1 2 0 3 7 0 5 7*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***ITERACIÓN*** | ***CAMINO SELECCIONADO*** | ***PF*** | ***FLUJO TOTAL DESPUÉS DE LA ITERACIÓN*** |
| 1 | 1-2-4-6 | (4-6) 2 | 2 |
| 2 | 1-2-4-3-5-6 | (2-4) 1 | 3 |
| 3 | 1-2-3-5-6 | (2-3) 1 | 4 |
| 4 | 1-3-5-6 | (1-3) 2 | 6 |

El flujo total máximo es de 6 millones de barriles de petróleo por hora[[3]](#footnote-3).

**Ejercicio propuesto:**

Hexxon Oil Company tiene una gran refinería localizada en Newark, New Jersey. La gasolina refinada es enviada de allí a tanques de almacenamiento en Filadelfia a través de una red de oleoductos con estaciones de bombeo en Sayerville, Easton, Trenton, Bridgewater y Allentown. El oleoducto de cada segmento existe un número máximo conocido de galones por hora que pueden enviarse. Esos segmentos y sus respectivas capacidades en galones por hora son:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| DE | A | CAPACIDAD |
| Newark | Sayerville | 150 000 |
| Sayerville | Trenton | 125 000 |
| Trenton | Filadelfia | 130 000 |
| Newark | Bridgewater | 80 000 |
| Sayerville | Bridgewater | 60 000 |
| Bridgewater | Easton | 100 000 |
| Easton | Allentown | 75 000 |
| Easton | Trenton | 50 000 |
| Allentown | Filadelfia | 90 000 |

En la región de Filadelfia se espera un aumento en la conducción en los próximos meses de verano. ¿Tendrá Hexxon suficiente gasolina para satisfacer la mayor demanda en las estaciones de servicio? Antes de incrementar la tasa de producción de la refinería, la administración de Hexxon desea conocer el número máximo de galones de gasolina por hora que pueden enviarse a través de la red de oleoductos a los tanques de almacenamiento de Filadelfia.

Antes de formular este problema matemáticamente, considere el dibujo de un diagrama de redes que le ayude a visualizar la información y los datos del problema. Primero identifique ciertos nodos y arcos. En este problema, cada lista de ciudades puede representarse mediante un nodo. Para conectar esas ciudades para las que existe un seguimiento de la red de oleoductos se utiliza un arco. Allí también puede ver la capacidad de cada segmento escrita junto al arco correspondiente.

Trenton

Sayerville

T

S

[125]

Newark

[130]

[150]

Filadelfia

[60]

[50]

N

P

[90]

[80]

B

E

A

[75]

[100]

Bridgewater

Easton

Allentown

\*En miles de galones por hora

1. Render, B. (2006). *"Métodos Cuantitativos para los Negocios".* (9ª edición). México:

   Pearson. p. 498 – 501. [↑](#footnote-ref-1)
2. Hillier, F. S. (1997). *"Introducción a la Investigación de Operaciones"*. México: McGraw-Hill. p.195-196. [↑](#footnote-ref-2)
3. Wayne L. (2005). “Investigación de Operaciones” (4ª edición). México: Thomson. p. 420-422. [↑](#footnote-ref-3)